درسنامه و نکات کلیدی سال هفتم

(فصل اول)

راهبردهای حل مسئله

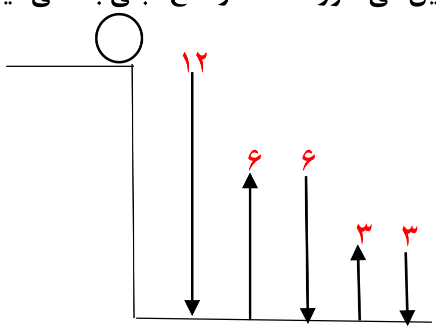
چگونه مسئله را حل کنیم؟ ۱) فهمیدن مسئله ۲) انتخاب راهبرد مناسب ۳) حل مسئله ۴) بازگشت به عقب

انواع راهبرد : ۱) رسم شکل ۲) الگو سازی (جدول نظام دار) ۳) حذف حالت های نامطلوب ۴) الگو یابی

۵)حدس و آزمایش ۶) زیر مسئله ۷) حل مسئله ساده تر ۸) روش های نمادین

راهبرد رسم شکل : برای حل بعضی از مسایل می توان با رسم یک شکل ساده آن را حل کرد.

مثال: توپی از ارتفاع ۱۲ متری به پایین پرتاب شده است. توپ هر بار که به زمین می خورد نصف ارتفاع قبلی بالا می آید. توپ به از سومین باری که به زمین می خورد چند متر حرکت کرده است؟



۱۲+۶+۶+۳+۳ =۳۰

راهبرد الگو سازی : برای حل بعضی از مسایل می توان همه حالت های ممکن را در یک جدول نظام دار نوشت.

مثال : حاصل ضرب دو عدد طبیعی ۴۸ شده است. بیشترین حاصل جمع چند است؟

عدد اول	عدد دوم	مجموع دو عدد
۱	۴۸	۱+۴۸=۴۹
۲	۲۴	۲۶
۳	۱۶	۱۹
۴	۱۲	۱۶
۶	۸	۱۴

راهبرد حذف حالت های نامطلوب : برای حل بعضی از مسایل در یک جدول نظام دار همه حالت های ممکن را نوشته و حالت هایی که با توجه به صورت مسئله نادرست است (حالت های نامطلوب) کنار می گذاریم.

مثال : حاصل ضرب سه عدد طبیعی ۶۰ و حاصل جمع آن ها ۱۸ شده است بزرگترین عدد کدام است؟

عدد اول	عدد دوم	عدد سوم	مجموع اعداد
۱	۲	۳۰	۱+۲+۳۰=۳۳ ✗
۱	۳	۲۰	۲۴ ✗
۱	۴	۱۵	۲۰ ✗
۱	۵	۱۲	۱۸ ✓
۱	۶	۱۰	۱۷ ✗

راهبرد الگویابی : در بعضی از مسایل که الگو یا رابطه ی خاصی بین شکل ها یا اعداد باشد از الگویابی استفاده می کنیم.

StudyLearn.ir
مرجع مطالعه و یادگیری

درسنامه و نکات کلیدی سال هفتم

(فصل اول)

راهبردهای حل مسئله

مثال : سه عدد بعدی هر الگو را بنویسید؟ (الگو عددی)

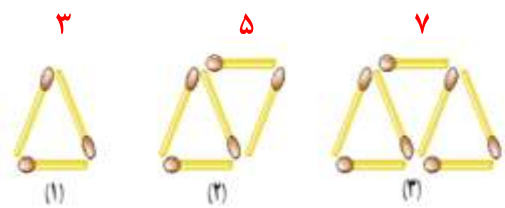
الگو : اعداد طبیعی سه بار در خودش ضرب شدند

۰و ۰۰۰۰ و ۰۰۰۰ و ۲۷ و ۸ و ۱

الگو : اعداد سه تا سه تا اضافه شده

۰۰ ۰۰۰۰ و ۰۰۰۰ و ۱۰ و ۷ و ۴

مثال : شکل هفتم دارای چند چوب کبریت است؟ (الگو هندسی)



الگو : اعداد دو تا دو تا اضافه شده است : ۱۵و ۱۳ و ۱۱ و ۹ و ۷ و ۵ و ۳

راهبرد حدس و آزمایش : در بعضی از مسایل می توان با یک روش منطقی راه حل مسئله را حدس زد سپس حدس خود را بررسی تا به جواب مسئله نزدیک شویم.

مثال: در یک مزرعه ۱۶ مرغ و گاو است. اگر تعداد پاهای آن ها ۴۲ باشد در این مزرعه چند گاو و چند مرغ است؟

حدس و آزمایش	تعداد گاو	تعداد مرغ
۱۶+۳۲=۴۸ ✗	۸	۸
۲۰+۲۴=۴۴ ✗	۶	۱۰
۲۲+۲۰=۴۲ ✓	۵	۱۱

راهبرد زیر مسئله : بعضی از مسایل پیچیده و چند مرحله را می توان به چند زیر مسئله تبدیل کرد.

مثال : علی ۴۲۰۰ تومان پول دارد. او می خواهد ۱۱ خودکار و با باقی مانده پولش مداد بخرد. قیمت هر خودکار ۳۰۰ تومان و قیمت هر مداد ۱۲۰ تومان است. علی چند مداد می تواند بخرد و چند تومان برایش باقی می ماند؟

الف) پول خرید خودکار : (زیر مسئله اول) $۱۱ \times ۳۰۰ = ۳۳۰۰$

ب) باقی مانده پول : (زیر مسئله دوم) $۴۲۰۰ - ۳۳۰۰ = ۹۰۰$

ج) تعداد خرید مداد و باقی مانده پول : (زیر مسئله سوم) ۶۰ تومان باقیمانده پول $۹۰۰ \div ۱۲۰ \simeq ۷$ مداد

راهبرد حل مسئله ساده تر : برای حل بعضی از مسایل می توان ابتدا مسئله ی ساده تری که با مسئله اصلی در ارتباط است حل کنیم.

مثال : حاصل عبارت زیر را به دست آورید؟

$$\left(۱-\frac{۱}{۲}\right)\times\left(۱-\frac{۱}{۳}\right)\times\left(۱-\frac{۱}{۴}\right)\times\ldots\times\left(۱-\frac{۱}{۱۰۰}\right)=$$

ابتدا حاصل هر پرانتز را به دست می آوریم :

$۱-\frac{۱}{۳}=\frac{۲}{۳}$ $\quad$ $۱-\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۲}$

$۱-\frac{۱}{۱۰۰}=\frac{۹۹}{۱۰۰}$ $\quad$ $۱-\frac{۱}{۴}=\frac{۳}{۴}$

$$\frac{۱}{\cancel{۲}}\times\frac{\cancel{۲}}{\cancel{۳}}\times\frac{\cancel{۳}}{\cancel{۴}}\times\ldots\times\frac{\cancel{۹۹}}{۱۰۰}=\frac{۱}{۱۰۰}$$

راهبرد روش های نمادین : بعضی از مسایل را می توان با استفاده از نمادهای جبری (معادله) یا مدل سازی هندسی حل کرد.

راهبردهای حل مسئله

مثال : افشین برای خرید ۴ کتاب ۱۵۰۰۰ تومان به فروشنده داد و ۶۰۰ تومان پس گرفت. قیمت هر کتاب چند تومان است؟

برای حل این مسئله رابطه ی مقابل را می نویسیم :

$۴ \times \bigcirc + ۶۰۰ = ۱۵۰۰۰$

سپس جواب را حدس می زنیم :

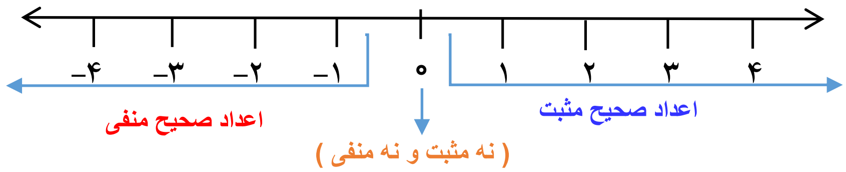
حدس و آزمایش	قیمت کتاب
✗ $(۴ \times ۲۰۰۰) + ۶۰۰ = ۸۶۰۰$	۲۰۰۰
✗ $(۴ \times ۲۵۰۰) + ۶۰۰ = ۱۰۶۰۰$	۲۵۰۰
✗ $(۴ \times ۳۰۰۰) + ۶۰۰ = ۱۲۶۰۰$	۳۰۰۰
✗ $(۴ \times ۳۵۰۰) + ۶۰۰ = ۱۴۶۰۰$	۳۵۰۰
✓ $(۴ \times ۳۶۰۰) + ۶۰۰ = ۱۵۰۰۰$	۳۶۰۰

درسنامه و نکات کلیدی   سال هفتم

(فصل دوم)

عددهای صحیح

اعداد صحیح : اعداد صحیح از سه دسته اعداد تشکیل شده اند : (اعداد مثبت   و   عدد صفر   و   اعداد منفی)



نکته : مجموعه اعداد صحیح را با حرف انگلیسی Z نشان می دهند : $Z = \{\dots, -۲, -۱, ۰, ۱, ۲, \dots\}$

نکته : عددی (غیر از صفر) علامت نداشته باشد علامت آن مثبت است : $+۷ = ۷$

نکته : در محور اعداد صحیح هر چه به سمت راست (مثبت ها) حرکت کنیم عدد بزرگتر و هر چه به سمت چپ (منفی ها) حرکت کنیم عدد کوچکتر می شود.

مثال : در جای خالی علامت مناسب $(<=>)$ قرار دهید.

$-۶ < ۴$ $-۱۲ > -۱۸$ $۰ > -۸$ $۹ > ۰$

$<$

قرینه اعداد صحیح : هر گاه علامت عددی را تغییر دهیم قرینه آن عدد حاصل می شود.   مانند : $+۵ \xrightarrow{\text{قرینه}} -۵$

نکته : قرینه ی قرینه ی هر عدد برابر با خود آن عدد است : $-۲ \xrightarrow{\text{قرینه}} +۲ \xrightarrow{\text{قرینه}} -۲$

نکته : اگر قبل از پرانتز علامت منفی باشد به معنی قرینه آن عدد است.

مثال : تساوی های زیر را کامل کنید.

$-\big(\overset{-۴}{\cancel{-(+۴)}}\big) = +۴$ علامت مثبت تاثیری ندارد $+(+۱۰) = ۱۰$ $-(+۷) = -۷$

نکته : اگر تعداد منفی عددی زوج باشد علامت آن عدد مثبت می شود و اگر تعداد منفی فرد باشد علامت عدد منفی می شود.

مثال : تساوی های زیر را کامل کنید.

تعداد منفی ها ۶ تا (زوج) = علامت مثبت

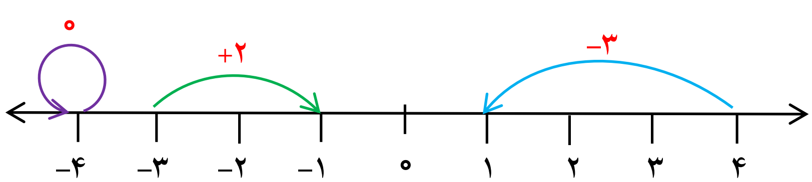
$$-\left\{-\left[-\left(+\left(-۳\frac{-۱}{-۲}\right)\right)\right]\right\} = \frac{۷}{۲}$$

تعداد منفی ها ۳ تا (فرد) = علامت منفی

$$-\{+(-(-۳))\} = -۳$$

حرکت روی محور اعداد : جابه جایی از یک نقطه به نقطه دیگر را حرکت روی محور می گویند. اگر جهت حرکت به سمت راست باشد علامت عدد مثبت و اگر جهت حرکت به سمت چپ باشد علامت عدد منفی می شود.

مثال : برای هر حرکت روی محور یک عدد صحیح بنویسید.



عددهای صحیح

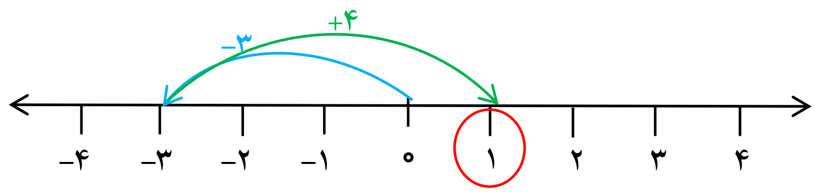
جمع اعداد صحیح : برای جمع اعداد صحیح از روش های زیر استفاده می کنیم :

الف) مختصر نویسی : دو عدد را با علامتشان بدون پرانتز کنار هم می نویسیم. اگر دو عدد هم علامت باشند دو عدد را جمع و اگر مختلف العلامت باشند دو عدد را کم می کنیم و برای جواب علامت عدد بزرگتر را قرار می دهیم.

مانند : $(+۸) + (+۶) = +۸ + ۶ = +۱۴$ 	$(-۱۲) + (+۸) = -۱۲ + ۸ = -۴$

ب) محور اعداد : با توجه به اعداد و علامت آن ها روی محور حرکت کرده انتهای حرکت دوم جواب حاصل جمع را نشان می دهد.

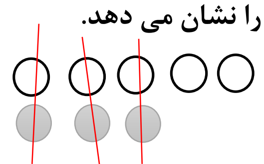
مانند :



$(-۳) + (+۴) = +۱$

ج) دایره توپر و توخالی : برای عدد منفی دایره توپر و برای عدد مثبت دایره توخالی قرار داده و هر دایره توپر و توخالی همدیگر را خنثی می کنند. دایره های باقیمانده جواب حاصل جمع را نشان می دهد.

مانند :



$(+۵) + (-۳) = +۲$

د) جدول ارزش مکانی : دو عدد را با توجه به ارزش مکانی آن ها در جدول قرار داده و گسترده هر عدد را کنار جدول نوشته و اعداد را ستونی جواب می دهیم. **مانند :**

$$\begin{array}{l} -۱۰۰ - ۲۰ - ۸ \\ +۲۰۰ + ۷۰ + ۳ \\ \hline +۱۰۰ + ۵۰ - ۵ = +۱۴۵ \end{array}$$

ص	د	ی
۱−	۲	۸
۲+	۷	۳

$(-۱۲۸) + (+۲۷۳) = +۱۴۵$

تفریق اعداد صحیح : تفریق را به جمع تبدیل می کنیم. به این صورت که عدد اول را نوشته و عدد دوم را قرینه می کنیم.

مانند : $(-۲۷) - (+۱۹) = (-۲۷) + (-۱۹) = -۴۶$ 	$۱۶ - (-۸) = (+۱۶) + (+۸) = +۲۴$

حل مسئله اعداد صحیح : الف) اگر در مسئله ای دمای یک شهر را خواسته باشد بین دو عدد علامت جمع می گذاریم.

مثال : دمای شهر زاهدان ۱۲ درجه بالای صفر و دمای سراوان ۷ درجه سردتر از زاهدان است. دمای شهر سراوان چند درجه است؟

$$(+۱۲) + (-۷) = +۵$$

ب) اگر در مسئله ای سردی یا گرمی هوا را خواسته باشد بین دو عدد علامت تفریق می گذاریم.

مثال : دمای مشهد ۸ درجه بالای صفر و دمای اصفهان ۶ درجه زیرصفر است. دمای اصفهان چند درجه سردتر از شیراز است؟

$$(-۶) - (+۸) = (-۶) + (-۸) = -۱۴$$

عددهای صحیح

ج) اگر در مسئله ای اختلاف دمای دو شهر را خواسته باشد بین دو عدد علامت تفریق می گذاریم.

مثال : دمای بیرجند ۶ درجه زیر صفر و دمای بندر عباس ۱۳ درجه بالای صفر است. اختلاف دمای دو شهر چند درجه است؟

$$(+۱۳) - (-۶) = (+۱۳) + (+۶) = +۱۹$$

د) اگر در مسئله ای میانگین دمای دو شهر را خواسته باشد بین دو عدد علامت جمع قرار داده و در آخر جواب را بر تعداد اعداد تقسیم می کنیم.

مثال : حداکثر دمای هوای کرمان ۱۸ درجه بالای صفر و حداقل دمای هوا ۴ درجه بالای صفر است. میانگین دمای هوای این شهر چند درجه است؟

$$(+۱۸) + (+۴) = +۲۲ \div ۲ = +۱۱$$

ضرب و تقسیم اعداد صحیح : در ضرب و تقسیم اعداد صحیح ابتدا ضرب علامت ها را انجام می دهیم سپس با توجه به علامت بین آن ها دو عدد را ضرب یا تقسیم می کنیم.

قاعده ضرب علامت های دو عدد :

مثبت = مثبت × مثبت   منفی = منفی × مثبت   مثبت = منفی × منفی   منفی = مثبت × منفی

مثال : حاصل ضرب و تقسیم های زیر انجام دهید؟

$$(-۱۸) \times (-۸) = +۱۴۴ \qquad (+۲۴) \div (+۸) = +۳ \qquad (-۱۲) \times (+۴) = -۴۸$$

مثال : حاصل هر عبارت را به دست آورید؟

$$(-۲۰) \div [۸ - (+۱۳)] = (-۲۰) \div [\overset{-۵}{\cancel{۸ + (-۱۳)}}] = +۴$$

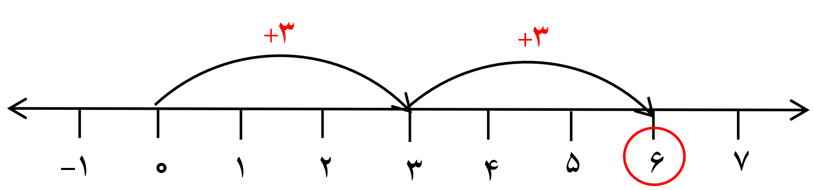
$$(\overset{-۱۲}{\cancel{-۶ + ۱۲}} - ۱۸) \times (-۵) = +۶۰ \qquad [\overset{-۲۸}{\cancel{(-۷) \times ۴}}] \div (+۲) = -۱۴$$

ضرب اعداد صحیح به کمک محور اعداد : نقطه شروع بردارها از صفر و انتهای بردار آخر حاصل ضرب را نشان می دهد.

مثال : به کمک محور و حرکت انجام شده یک عبارت جمع و یک عبارت ضرب بنویسید؟

جمع : $(+۳) + (+۳) = +۶$

ضرب : $۲ \times (+۳) = +۶$



درسنامه و نکات کلیدی **(فصل سوم)** **سال هفتم**

جبر و معادله

متغیر : حروف انگلیسی که نشان دهنده ی عددی است که تغییر می کند.

ضریب : به عددی که کنار متغیر باشد و بین آن ها علامتی نباشد یا علامت ضرب باشد. ضریب می گویند.

مثال : ضریب و متغیر هر عبارت را مشخص کنید؟

$\frac{c}{۲}$ ضریب = $\frac{۱}{۲}$ متغیر = c

ab ضریب = ۱ متغیر = ab

$-۴x$ ضریب = -۴ متغیر = x

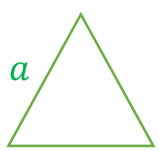
یک جمله ای جبری : عبارت جبری که از دو قسمت عدد (ضریب) و متغیر تشکیل شده باشد. **مانند :** $۵xy$

چند جمله ای جبری : اگر بین عبارت های جبری علامت جمع و تفریق باشد تشکیل چند جمله ای می دهد.

مانند : (دارای سه جمله) $a-b+۷$ (دارای دو جمله) $x+۲y$

مثال : الف) محیط مثلث متساوی الاضلاع که ضلع آن a باشد را به صورت عبارت جبری بنویسید؟

محیط مستطیل $p = a+a+a = ۳a$



ب) محیط این مثلث را به ازای ضلع ۳ سانتی متر به دست آورید؟ $a=۳ \Longrightarrow ۳\times ۳ = ۹$

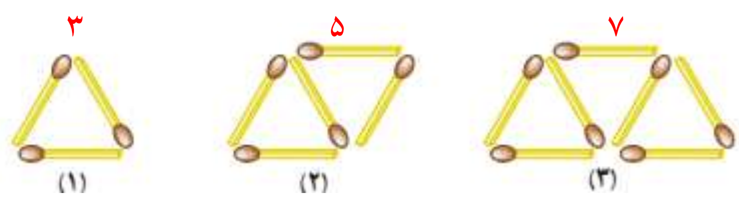
نکته : عبارت جبری در نوشتن فرمول های ریاضی و جمله ی n ام کاربرد دارد.

مثال : جمله ی n ام هر الگو عددی داده شده را بنویسید؟

$\overset{+۲}{-۴ , -۲ , ۰ , ۲ , ...}$ جمله ی n ام : $۲n-۶$

$\overset{+۳}{۳ , ۶ , ۹ , ...}$ جمله ی n ام : $۳n$

مثال : جمله ی n ام و جمله ی بیست و دوم الگوی هندسی زیر را بنویسید؟



$\overset{+۲}{۳ , ۵ , ۷ , ...}$ جمله ی n ام : $۲n+۱$

$n = ۲۲ \Longrightarrow (۲\times ۲۲)+۱ = ۴۵$

عبارت جبری متشابه : عبارتی که متغیر های آن (حروف انگلیسی) کاملا شبیه هم باشند. **مانند :** $(۳ab \ , ۲ba)$, $(۵x \ , -۴x)$

عبارت جبری نا متشابه : عبارتی که متغیرهای آن شبیه هم نباشند. **مانند :** $(۳bc , ۲b)$

ساده کردن عبارت های جبری : جملات متشابه را جدا کرده سپس مانند جمع و تفریق اعداد صحیح آن ها را جواب داده با این تفاوت که حروف کنار اعداد نوشته می شود.

درسنامه و نکات کلیدی

(فصل سوم)

جبر و معادله

سال هفتم

مثال : عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

$$۱a + ۲b - ۶ + ۳a - ۴b = ۴a - ۲b - ۶$$

$$-۴x + ۲y + ۱۰x = ۶x + ۲y$$

ضرب عدد در عبارت جبری : اگر عددی قبل از پرانتز باشد و بین آن ها علامتی نباشد آن عدد در تمام جملات پرانتز ضرب می کنیم.

مثال : عبارت جبری زیر را ساده کنید.

$$۲(۳a - ۲b) - (a + ۳b) = ۶a - ۴b - a - ۳b = ۵a - ۷b$$

مقدار عددی عبارت جبری : به جای حروف اعداد داده شده را قرار می دهیم سپس جواب می دهیم.

مثال : مقدار عددی هر عبارت را به ازای مقادیر داده شده به دست آورید.

$$۵x - ۲xy + ۷ \qquad (x = ۱\ ,\ \ y = -۲)$$

$$۵(۱) - ۲(۱)(-۲) + ۷ = ۵ + ۴ + ۷ = ۱۶$$

x	-۳	۲
$۳x - ۱$	$(۳ \times -۳) - ۱ = -۱۰$	$(۳ \times ۲) - ۱ = ۵$

نکته : در محاسبه مقدار عددی اگر عبارت جبری قابل ساده شدن بود ابتدا عبارت را ساده سپس مقدار عددی را به دست می آوریم.

مثال : مقدار عددی عبارت زیر را به ازای $a = -۲$ و $b = ۳$ به دست آورید.

$$۳(a - ۲b) + ۲(-۲a - b) = ۳a - ۶b - ۴a - ۲b = -a - ۸b = -۱(-۲) - ۸(۳) = ۲ - ۲۴ = -۲۲$$

معادله : معادله یک تساوی جبری است که به ازای بعضی از اعداد به یک تساوی درست تبدیل می شود.

نکته : هر معادله از سه قسمت تشکیل شده است : ۱) ضریب (عدد کنار متغیر) ۲) مجهول (متغیر) ۳) معلوم (عدد بدون متغیر)

نکته : برای حل معادله مراحل زیر را به ترتیب انجام می دهیم :

۱) مجهول ها را به طرف چپ و عددهای معلوم را به طرف راست انتقال می دهیم. (عددی که انتقال داده شود علامت آن عوض می شود)

۲) عددهای مجهول با هم و عددهای معلوم را با هم جواب می دهیم.

۳) حاصل عددهای معلوم را بر حاصل عددهای مجهول تقسیم می کنیم.

مثال : معادله های زیر را جواب دهید.

$$-۶ + x = ۲x + ۵$$

$$\overset{-x}{\cancel{x - ۲x}} = \overset{۱۱}{\cancel{۵ + ۶}}$$

$$x = \frac{۱۱}{-۱} = -۱۱$$

$$x = -۱۱$$

$$۲x + ۳ = -۷$$

$$۲x = \overset{-۱۰}{\cancel{-۷ - ۳}}$$

$$x = \frac{-۱۰}{۲} = -۵$$

$$x = -۵$$

ضریب متغیر معلوم

$$-۵x = ۱۰$$

$$x = \frac{۱۰}{-۵} = -۲$$

$$x = -۲$$

جبر و معادله

نکته : اگر در معادله پرانتز وجود داشته باشد اول پرانتز را از بین برده سپس معادله را حل می کنیم. **مانند :**

$$۳(x-۱)=۲(۲x+۳) \Longrightarrow ۳x-۳=۴x+۶ \Longrightarrow \overset{-x}{\cancel{۳x-۴x}}=\overset{۹}{\cancel{۶+۳}} \Longrightarrow x=\frac{۹}{-۱} \Longrightarrow x=-۹$$

نکته : در معادلات کسری ابتدا مخرج را با استفاده از (ب.م.م) مخرج ها از بین می بریم سپس معادله را حل می کنیم. **مانند :**

ابتدا (ب.م.م) مخرج یعنی عدد ۶ را در دو طرف معادله ضرب کرده تا با مخرج ساده و مخرج از بین برود :

$$۶\times\left(\frac{x}{۲}-\frac{۲}{۳}\right)=\left(\frac{۱}{۶}\right)\times ۶ \Longrightarrow ۳x-۴=۱ \Longrightarrow ۳x=\overset{۵}{\cancel{۱+۴}} \Longrightarrow x=\frac{۵}{۳} \Longrightarrow x=\frac{۵}{۳}$$

مثال : آیا $x=-۳$ جواب معادله $\frac{x+۱}{۵}=\frac{x-۲}{۳}$ است؟چرا؟ در معادله به جای x عدد ۳- قرار می دهیم اگر دو طرف تساوی برابر شد جواب داده شده درست است :

$$\frac{-۳-۲}{۳}=\frac{-۳+۱}{۵} \Longrightarrow \frac{-۵}{۳}=\frac{-۲}{۵} \Longrightarrow \text{طرفین وسطین} \Longrightarrow -۲۵\neq-۶$$

پس جواب درست نیست

حل مسئله به کمک معادله : ابتدا خواسته مسئله را با متغیری مانند x در نظر گرفته سپس با توجه به صورت مسئله عبارت های کلامی را به عبارت جبری تبدیل کرده تا مسئله تشکیل شود.

مثال : از پنج برابر عددی نه واحد کم کرده ایم حاصل حاصل ۷۶ شده است.آن عدد چند است؟

عدد مورد نظر را x فرض می کنیم :

$$۵x-۹=۷۶ \Longrightarrow ۵x=\overset{۸۵}{\cancel{۷۶+۹}} \Longrightarrow ۵x=۸۵ \Longrightarrow x=\frac{۸۵}{۵} \Longrightarrow x=۱۳$$

مثال : حسین برای خرید سه دفتر ۱۰۰۰۰ تومان به فروشنده داد و ۱۹۰۰ تومان پس گرفت.قیمت هر دفتر چند تومان است؟

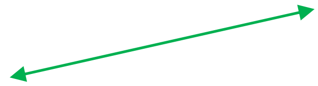
قیمت دفتر را x فرض می کنیم :

$$۳x+۱۹۰۰=۱۰۰۰۰ \Longrightarrow ۳x=\overset{۸۱۰۰}{\cancel{۱۰۰۰۰-۱۹۰۰}} \Longrightarrow ۳x=۸۱۰۰ \Longrightarrow x=\frac{۸۱۰۰}{۳} \Longrightarrow x=۲۷۰۰$$

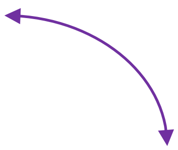
درسنامه و نکات کلیدی **(فصل چهارم)** **سال هفتم**

هندسه و استدلال

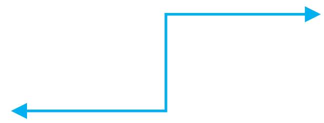
انواع خط : الف) خط راست



ب) خط خمیده (منحنی)



ج) خط شکسته

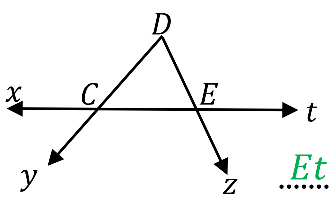


خط راست : خطی است که ابتدا و انتها ندارد و خط را با حروف کوچک انگلیسی نام گذاری می کنند :

پاره خط : خطی است (خط راست) که از دو طرف بسته (محدود) باشد و پاره خط را با حروف بزرگ انگلیسی نام گذاری می کنند :

نیم خط : خطی است (خط راست) که از یک طرف بسته و از یک طرف باز باشد و نیم خط را از طرفی که بسته است با حرف بزرگ و طرفی که باز است با حرف کوچک نام گذاری می کنند :

مثال : با توجه به شکل مقابل جاهای خالی را کامل کنید :



نام یک خط : ...xt... . نام دو پاره خط : ...DC... و ...CE... نام دو نیم خط : ...Cy... و ...Et...

نکته : برای به دست آوردن تعداد پاره خط روی یک خط راست از رابطه ی زیر استفاده می کنیم :

$$\text{تعداد پاره خط ها} = \frac{\text{تعداد نقاط} \times \text{یکی کمتر}}{۲}$$

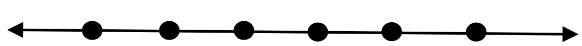
مثال : روی یک خط ۱۰ نقطه قرار داشته باشند تعداد پاره خط چند تاست؟ $\text{پاره خط } ۴۵ = \frac{۱۰ \times ۹}{۲}$

نکته : الف) برای به دست آوردن تعداد نیم خط ها اگر نقاط روی یک خط قرار داشته باشند از رابطه ی زیر استفاده می کنیم :

$$\text{تعداد نیم خط ها} = \text{تعداد نقاط} \times ۲$$

ب) اگرنقاط روی یک نیم خط قرار داشته باشند فقط تعداد نقاط را می شماریم.

مثال : تعداد نیم خط های شکل مقابل چند تاست؟

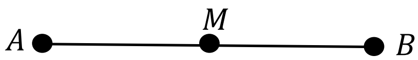


$\text{نیم خط } ۱۲ = ۲ \times ۶$

درسنامه و نکات کلیدی **(فصل چهارم)** **سال هفتم**

هندسه و استدلال

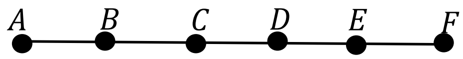
مثال : اگر نقطه ی M وسط پاره خط AB قرار داشته باشد. ۴ رابطه ی درست برای این پاره خط ها بنویسید؟



$AM = \frac{۱}{۲} AB$ $\quad AB = ۲MB \quad AM + MB = AB$

$AM = MB$

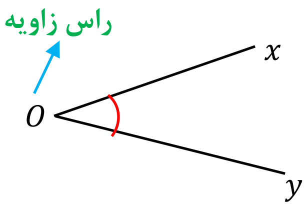
مثال : پاره خط AF به پنج قسمت مساوی تقسیم شده است. جاهای خالی را کامل کنید :



$AC = \frac{۲}{۵} AF \qquad BE - CE = BC$

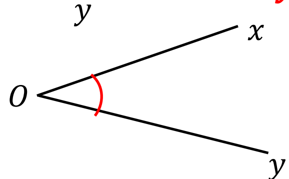
$BC + CD + DF = BF \qquad DE = \frac{۱}{۴} AE$

زاویه : از برخورد دو نیم خط در یک نقطه زاویه تشکیل می شود و به نقطه ی برخورد راس زاویه می گویند.

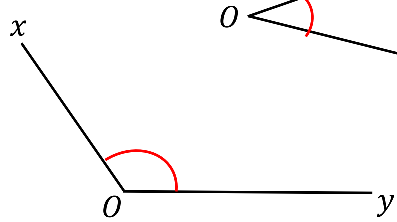


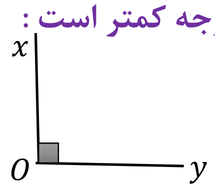
نام گذاری زاویه : الف) با یک حرف انگلیسی (حرف راس نوشته می شود) : $\hat{O}$

ب) با سه حرف انگلیسی (حرف راس وسط نوشته می شود) : $x\hat{O}y$ یا $y\hat{O}x$



انواع زاویه : ۱) زاویه تند یا حاده : اندازه ی آن از ۹۰ درجه کمتر است :

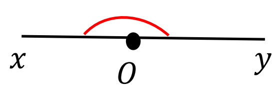




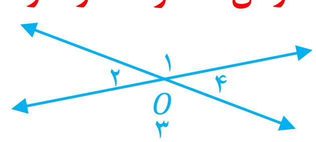
۲) زاویه راست یا قائمه : اندازه ی آن ۹۰ درجه است :

۳) زاویه باز یا منفرجه : اندازه ی آن از ۹۰ درجه بیشتر و از ۱۸۰ درجه کمتر است :

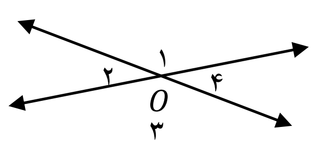
۴) زاویه نیم صفحه : اندازه ی آن ۱۸۰ درجه است :



دو زاویه متقابل به راس : دو زاویه ای که راس مشترک دارند و اضلاع آن در امتداد هم باشند :



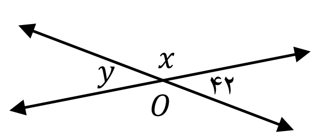
نکته : زاویه های روبه رو در متقابل به راس برابر و زاویه های مجاور مکمل (۱۸۰درجه) هستند :



$\hat{O}_۱ = \hat{O}_۳ \quad , \quad \hat{O}_۲ = \hat{O}_۴$

$\hat{O}_۱ + \hat{O}_۲ = ۱۸۰ \quad , \quad \hat{O}_۲ + \hat{O}_۳ = ۱۸۰$

مثال : با توجه به شکل داده شده اندازه ی زاویه ها را بنویسید.



$\hat{x} =$ ۱۳۸ درجه

$\hat{y} =$ ۴۲ درجه

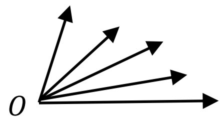
هندسه و استدلال

نکته : برای به دست آوردن تعداد زاویه ها در یک شکل از رابطه ی زیر استفاده می کنیم :

$$\text{تعداد زاویه ها} = \frac{\text{تعداد نیم خط ها} \times \text{یکی کمتر}}{۲}$$

مثال : در شکل مقابل چند زاویه وجود دارد.

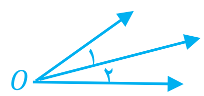
$$\text{تعداد زاویه ها} = \frac{۵ \times ۴}{۲} = ۱۰$$



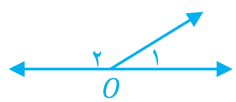
دو زاویه متمم : دو زاویه ای که مجموع آن ها ۹۰ درجه باشد. مانند : $\hat{A} = ۳۷ \quad , \quad \hat{B} = ۵۳$

دو زاویه مکمل : دو زاویه ای که مجموع آن ها ۱۸۰ درجه باشد. مانند : $\hat{C} = ۴۷ \quad , \quad \hat{D} = ۱۳۳$

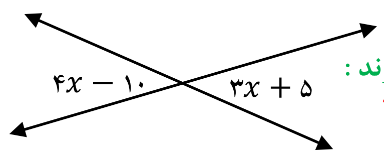
دو زاویه مجاور : دو زاویه ای که راس و یک ضلع مشترک داشته باشند. مانند : $\hat{O}_۱ \;,\; \hat{O}_۲$



دو زایه مجانب : دو زاویه ی مجاوری که مجموع آن ها ۱۸۰ درجه باشد. مانند : $\hat{O}_۱ \;,\; \hat{O}_۲$



مثال : با توجه به هر شکل اندازه ی زاویه های خواسته شده را بنویسید.



$\hat{x} =$ ۱۵° درجه

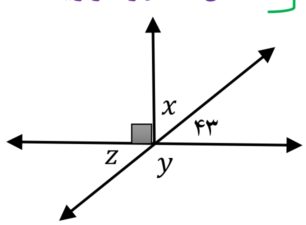
دو زاویه متقابل به راس برابرند :

$۴x - ۱۰ = ۳x + ۵$

$۴x - ۳x = ۵ + ۱۰$

$x = ۱۵$

در شکل زیر :
- متمم اندازه$\hat{x}$ زاویه ۴۳ و
- متقابل به راس اندازه$\hat{z}$ زاویه ۴۳ و
- مکمل اندازه$\hat{y}$ و $\hat{z}$ زاویه



$\hat{x} =$ ۴۷° درجه

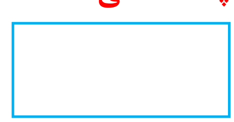
$\hat{y} =$ ۱۳۷° درجه

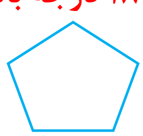
$\hat{z} =$ ۴۳° درجه

انواع چند ضلعی ها : ۱) چند ضلعی محدب ۲) چند ضلعی مقعر ۳) چند ضلعی منتظم

چند ضلعی محدب : چند ضلعی که تمام زاویه های آن کمتر از ۱۸۰ درجه باشد.

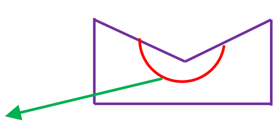
مانند :

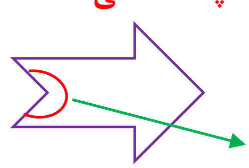




چند ضلعی مقعر : چند ضلعی که حداقل یکی از زاویه های آن از ۱۸۰ درجه بیشتر باشد.

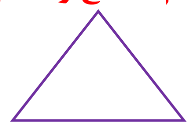
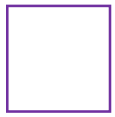
مانند :





هندسه و استدلال

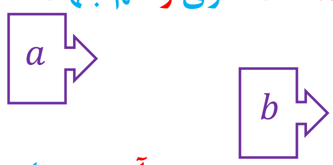
چند ضلعی منتظم : چند ضلعی که تمام اضلاع و تمام زاویه های آن برابر باشند.

مانند : مثلث متساوی الاضلاع  مربع 

انواع تبدیلات هندسی : ۱) انتقال　۲) تقارن　۳) دوران

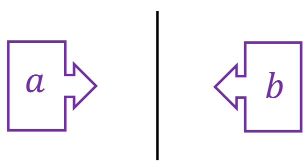
انتقال : وقتی شکلی را در صفحه انتقال دهیم تصویر به دست آمده مساوی و هم جهت شکل اولیه است.

مانند : $a \xrightarrow{\text{انتقال}} b$



تقارن : وقتی قرینه یک شکل را نسبت به یک خط پیدا کنیم تصویر به دست آمده مساوی آن ولی جهت آن تغییر می کند.

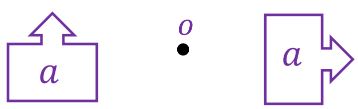
مانند : $a \xrightarrow{\text{تقارن}} b$



دوران : در دوران یک شکل باید مرکز دوران و جهت دوران و مقدار درجه مشخص شود.

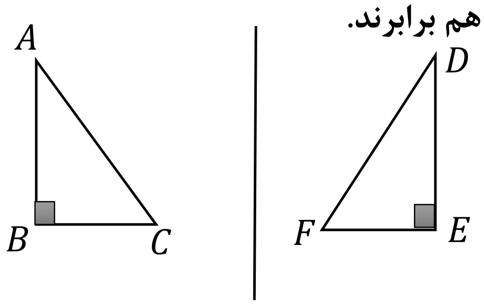
مانند : $a \xrightarrow{\text{دوران}} b$

دوران ۱۸۰ درجه نسبت به نقطه



شکل های مساوی (هم نهشت) : اگر شکلی را با یک یا چند تبدیل (انتقال و تقارن یا دوران) در صفحه بر شکل دیگر منطبق کنیم. آن دو شکل با هم مساوی (هم نهشت) هستند.

نکته : دردو شکل هم نهشت اجزای متناظر دو شکل (اضلاع و زاویه ها) با هم برابرند.



مثال : دو مثلث زیر هم نهشت هستند :

الف) نوع تبدیل را مشخص کنید. (تقارن)

ب) هم نهشتی دو مثلث را به زبان ریاضی بنویسید. $\overset{\triangle}{ABC} \cong \overset{\triangle}{DEF}$

ج) اجزای متناظر دو مثلث را کامل کنید.

$AB = DE$　　$\hat{A} = \hat{D}$

$AC = DF$　　$\hat{C} = \hat{F}$

$BC = EF$　　$\hat{B} = \hat{E}$

درسنامه و نکات کلیدی　　　　(فصل پنجم)　　　　سال هفتم

شمارنده ها و اعداد اول

شمارنده ها یا مقسوم علیه های یک عدد : اعدادی که عدد داده شده بر آن ها بخش پذیر باشد.

نکته : اولین شمارنده ی هر عدد یک و آخرین شمارنده ی هر عدد خود آن عدد است.

مثال : شمارنده های اعداد ۹ و ۲۴ و ۴۲ را بنویسید.

شمارنده ۹ = {۱ , ۳ , ۹ }　　شمارنده ۲۴ = {۱ , ۲ , ۳ , ۴ , ۶ , ۸ , ۱۲ , ۲۴}　　شمارنده ۴۲ = {۱ , ۲ , ۳ , ۶ , ۷ , ۱۴ , ۲۱ , ۴۲}

عدد اول : هر عدد طبیعی بزرگتر از یک که فقط دو شمارنده داشته باشد عدد اول است.

نکته : عدد اول فقط بر یک و خودش بخش پذیر است.

نکته : تنها عدد زوج که اول باشد عدد ۲ است.

نکته : ترتیب اعداد اول به صورت مقابل است :

اعداد اول یک رقمی

اعداد اول = {۲ , ۳ , ۵ , ۷ , ۱۱ , ۱۳ , ۱۷ , ۱۹ , ... }

عدد مرکب : هر عدد طبیعی بزرگتر از یک که بیش از ۲ شمارنده داشته باشد عدد مرکب است.

نکته : هر عددی طبیعی که بتوان برای آن ضربی غیر از یک نوشت آن عدد مرکب است.

نکته : تمام اعداد زوج (غیر از ۲) مرکب هستند.

نکته : عدد یک نه اول است و نه مرکب. (چون عدد یک فقط یک شمارنده دارد)

نکته : تمام اعداد طبیعی (غیر از یک) حداقل یک شمارنده اول دارند.

مثال : الف) مجموع سومین و هفتمین عدد اول چند است؟　　۵ + ۱۷ = ۲۲

ب) اختلاف بزرگترین و کوچکترین عدد اول دو رقمی چند است؟　　۹۷ − ۱۱ = ۸۶

ج) مجموع دو عدد اول ۲۵ شده است. آن دو عدد اول کدامند؟　　۲۳ + ۲ = ۲۵　(چون مجموع اعداد فرد شده یکی از اعداد باید زوج باشد)

د) از ۱ تا ۲۰ چند عدد مرکب وجود دارد؟　از ۱ تا ۲۰ تعداد اعداد ۲۰ تاست که (۸ عدد اول) و (عدد یک نه اول و نه مرکب)

را کم می کنیم :　　۲۰ − ۹ = ۱۱

تجزیه اعداد : برای به دست آوردن شمارنده های اول یک عدد آن را تجزیه می کنیم.

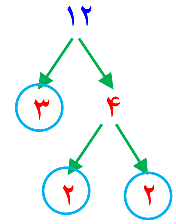
نکته : یکی از روش های تجزیه (نمودار درختی) است که در این روش برای هر عدد یک ضرب بزرگتر از یک نوشته تا وقتی که دیگر نتوان برای عدد یک ضرب نوشت نمودار ادامه پیدا می کند.

نکته : اعداد که نتوان برای آن ها ضربی نوشت جزو شمارنده های اول آن عدد است.

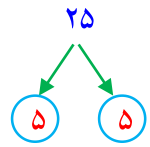
درسنامه و نکات کلیدی — **(فصل پنجم)** — **سال هفتم**

شمارنده ها و اعداد اول

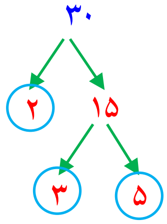
مثال : شمارند های اول اعداد ۱۲ و ۲۵ و ۳۰ را از روش نمودار درختی به دست آورید.



۱۲ = ۲ × ۲ × ۳



۲۵ = ۵ × ۵



۳۰ = ۲ × ۳ × ۵

نکته : برای ساده کردن کسرها می توان اعداد را تجزیه کرد سپس شمارنده های مشترک دو عدد را خط زد.

مثال : کسرهای زیر را ساده کنید.

$$\frac{۲۴}{۶۰} = \frac{\cancel{۲} \times \cancel{۲} \times ۲ \times \cancel{۳}}{\cancel{۲} \times \cancel{۲} \times \cancel{۳} \times ۵} = \frac{۲}{۵}$$

$$\frac{۱۲}{۱۸} = \frac{\cancel{۲} \times ۲ \times \cancel{۳}}{\cancel{۲} \times \cancel{۳} \times ۳} = \frac{۲}{۳}$$

مثال : بزرگترین شمارنده مشترک (ب . م .م) دو عدد ۱۲ و ۳۰ را از روش نوشتن شمارنده ها به دست آورید.

شمارنده ۱۲ = {۱ , ۲ , ۳ ,۴ , ۶ , ۱۲}   شمارنده ۳۰ = {۱ , ۲ , ۳ , ۵ , ۶ , ۱۰ , ۱۵ , ۳۰}   مشترک ۲۴ و ۳۰ = {۱ , ۲ , ۳ , ۶}

۶ = (۱۲ , ۳۰) ⟵ پرانتز نشانه (ب.م.م) دو عدد است

روش به دست آوردن بزرگترین شمارنده مشترک دو عدد (از روش تجزیه) : مراحل زیر را به ترتیب انجام می دهیم :

۱) دو عدد را تجزیه می کنیم

۲) دو عدد را به صورت ضرب شمارنده های اول می نویسیم

۳) عدد های مشترک با کمترین تکرار را در هم ضرب می کنیم

مثال : بزرگترین شمارنده مشترک دو عدد ۴۸ و ۲۰ را از روش تجزیه به دست آورید.

$۲۰ = \underline{۲ \times ۲} \times ۵$ $۴۸ = \underline{۲ \times ۲} \times ۲ \times ۲ \times ۳$ $(۲۰ , ۴۸) = ۲ \times ۲ = ۴$

(شمارنده مشترک دو عدد ۲ است و کمترین تکرار هم ۲ بار است)

نکاتی درباره (ب.م.م) اعداد :

۱) از (ب.م.م) اعداد برای ساده کردن کسرها استفاده می شود.

۲) (ب.م.م) هر عدد با یک برابر با یک است : ۱ = (۱۲ , ۱)

۳) (ب.م.م) هر عدد با خودش همان عدد می شود : ۱۵ = (۱۵ , ۱۵)

۴) (ب.م.م) دو عدد اول مختلف یک می شود : ۱ = (۵ , ۱۳)

۵) اگر دو عدد بر هم بخش پذیر باشند (ب.م.م) آن دو عدد برابر با عدد کوچکتر می شود : ۶ = (۶ , ۱۸)

۶) (ب.م.م) دو عدد متوالی (پشت سر هم) همواره یک است : ۱ = (۳۲ , ۳۳)

سال هفتم

(فصل پنجم)

درسنامه و نکات کلیدی

شمارنده ها و اعداد اول

مضرب های طبیعی یک عدد : اگر یک عدد را به ترتیب در اعداد طبیعی ضرب کنیم مضارب آن عدد به دست می آید.

مثال : مضارب طبیعی اعداد ۸ و ۱۵ را بنویسید.

۸ × ۱   ۸ × ۲   ۸ × ۳   ۸ × ۴

مضارب ۸ = {۸ , ۱۶ , ۲۴ , ۳۲ , ... }   مضارب ۱۵ = {۱۵ , ۳۰ , ۴۵ , ۶۰, ... }

نکته : اولین مضرب طبیعی هر عدد خودعدد و آخرین مضرب آن مشخص نیست.

مثال : الف) هفتمین مضرب عدد ۱۲ چند است؟   ۷ × ۱۲ = ۸۴

ب) آیا ۱۴۲ مضرب عدد ۳ است؟ چرا؟ خیر . چون اگر ۱۴۲ را بر ۳ تقسیم کنیم باقیمانده تقسیم صفر نمی شود.

ج) سه مضرب مشترک ۵ و ۷ را بنویسید؟   {۳۵ , ۷۰ , ۱۰۵ }

مثال) کوچکترین مضرب مشترک (ک .م .م) دو عدد ۶ و ۱۵ را از روش نوشتن مضرب های دو عدد به دست آورید.

مضارب ۶ = {۶ , ۱۲ , ۱۸ , ۲۴ , ۳۰ , ۳۶ , ۴۲ , ۴۸ , ۵۴ , ۶۰, ... }   مضارب ۱۵ = {۱۵ , ۳۰ , ۴۵ , ۶۰ , ... }

مشترک ۱۵ و ۶ = {۳۰ و ۶۰ و ۹۰ , ... }   ۳۰ = [۶ , ۱۵] ⟵ کروشه نشانه (ک.م.م) دو عدد است

روش به دست آوردن کوچکترین مضرب مشترک دو عدد (ازروش تجزیه) : مراحل زیر را به ترتیب انجام می دهیم :

۱) دو عدد را تجزیه می کنیم   ۲) دو عدد را به صورت ضرب شمارنده های اول می نویسیم

۳) عدد های مشترک با بیشترین تکرار و عددهای غیر مشترک را در هم ضرب می کنیم

مثال : بزرگترین شمارنده مشترک دو عدد ۶۰ و ۷۲ را از روش تجزیه به دست آورید.

۶۰ = ۲ × ۲ × ۳ × ۵   ۷۲ = ۲ × ۲ × ۲ × ۳ × ۳   [۶۰ , ۷۲] = ۲ × ۲ × ۲ × ۳ × ۳ × ۵ = ۳۶۰

(شمارنده مشترک دو عدد ۲ و ۳ است و بیشترین تکرار ۲ سه بار و ۳ دو بار است)

)

نکاتی درباره (ک.م.م) اعداد :

۱) از (ک.م.م) اعداد برای مخرج مشترک کسرها استفاده می شود.

۲) (ک.م.م) هر عدد با یک برابر با خود عدد است : ۱۲ = (۱۲ ,۱)

۳) (ک.م.م) هر عدد با خودش همان عدد می شود : ۱۵ = (۱۵ , ۱۵)

۴) (ک.م.م) دو عدد اول مختلف برابر با حاصل ضرب آن دو می شود : ۶۵ = (۵ , ۱۳)

۵) اگر دو عدد بر هم بخش پذیر باشند (ک.م.م) آن دو عدد برابر با عدد بزرگتر می شود : ۱۸ = (۶ , ۱۸)

سطح و حجم

حجم : مقدار فضایی که یک جسم اشغال می کند حجم نام دارد و حجم را با حرف v نشان می دهند.

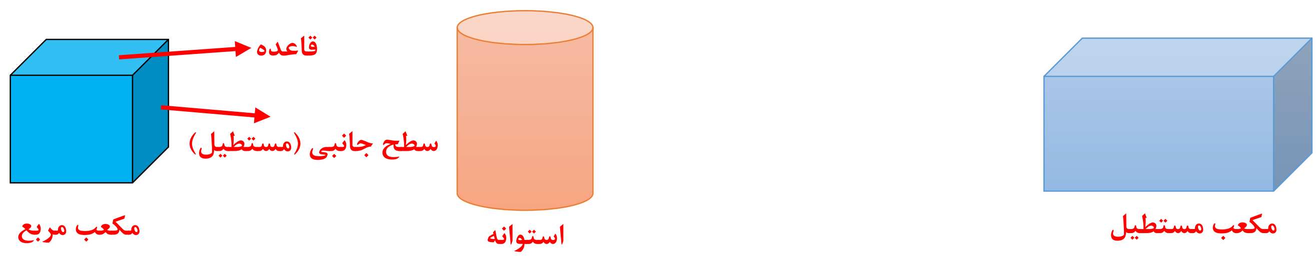
انواع حجم : ۱) حجم هندسی ۲) حجم غیر هندسی

حجم هندسی : دارای شکل ها و خواص مشخص و تعریف شده هستند.

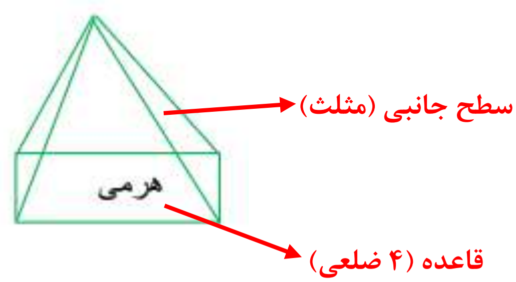
حجم غیر هندسی : دارای شکل ها و خواص مشخص و تعریف شده نیستند.

انواع حجم هندسی : ۱) حجم منشوری ۲) حجم مخروطی و هرمی ۳) حجم کروی

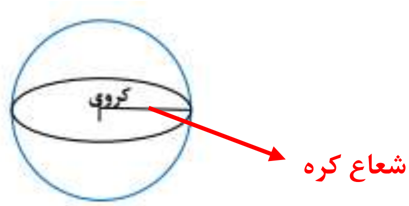
مشخصات حجم منشوری : دارای دو قاعده مساوی و سطح جانبی (کناری) از مستطیل تشکیل شده است :



مشخصات حجم مخروطی و هرمی : دارای یک قاعده (چند ضلعی) و سطح جانبی که از مثلث تشکیل شده در یک راس مشترک هستند:



مشخصات حجم کروی : گرد هستند. قاعده و زاویه ندارند :



درسنامه و نکات کلیدی (فصل ششم) **سال هفتم**

سطح و حجم

اجزای شکل های منشوری : **۱) قاعده :** دو سطح بالا و پایین را قاعده می گویند.

۲) وجه جانبی : به سطح اطراف (کناری) وجه جانبی می گویند.

۳) یال : از برخورد هر دو وجه یال به وجود می آید.

۴) راس : محل برخورد هر سه وجه یا محل برخورد یال ها را راس می گویند.

۵) ارتفاع : فاصله بین دو قاعده را ارتفاع می گویند.

نکته : برای تعداد یال یک شکل منشوری از رابطه مقابل استفاده می کنیم : ۳ × تعداد وجه = تعداد یال

نکته : برای تعداد راس یک شکل منشوری از رابطه مقابل استفاده می کنیم : ۲ × تعداد وجه = تعداد راس

مثال : با توجه به شکل داده شده به سوالات پاسخ دهید :

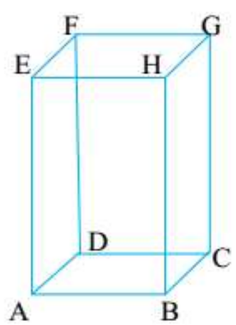
الف) تعداد قاعد و نام هر قاعده : دارای دو قاعده – $(ABCD\ ,EFGH)$

ب) تعداد یال و نام دو یال را بنویسید : ۱۲ = ۳ × ۴ = تعداد یال – (EH, HB)

ج) تعداد راس و نام سه راس را بنویسید : ۸ = ۲ × ۴ = تعداد راس – (E, B, H)

د) تعداد کل وجه ها و تعداد وجه جانبی : تعداد کل وجه ها ۶ وجه – تعداد وجه جانبی ۴ وجه

ه) تعداد ارتفاع و نام دو ارتفاع را بنویسید : تعداد ارتفاع ۴ تا – $(AE - HB)$



مثال : در یک منشور ۱۰ پهلو :

تعداد وجه : ۱۰ وجه   تعداد راس : ۲۰ = ۲ × ۱۰   تعداد یال : ۳۰ = ۳ × ۱۰   تعداد قاعده : ۲ تا

رابطه حجم منشوری : برای به دست آوردن حجم منشوری از رابطه ی زیر استفاده می کنیم :

رابطه به صورت کلامی : ارتفاع × مساحت قاعده = حجم منشور

رابطه به صورت جبری : $v = s \times h$

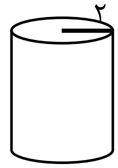
درسنامه و نکات کلیدی **(فصل ششم)** **سال هفتم**

سطح و حجم

مثال : حجم هر شکل را به دست آورید.

مساحت دایره

$v = s \times h$



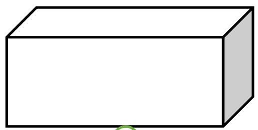
۲

ارتفاع (h) ۵

$v = (۲ \times ۲ \times ۳/۱۴) \times ۵ = ۶۲/۸$

مساحت مستطیل

$v = s \times h$



۳

۲

ارتفاع (h) ۶

$v = (۲ \times ۳) \times ۶ = ۳۶$

مثال : قاعده یک منشور سه پهلو مثلث قائم الزاویه که اضلاع قائم آن ۳ و ۴ سانتی متر است. اگر ارتفاع منشور ۸ سانتی متر باشد حجم منشور را به دست آورید.

$$v = s \times h \Longrightarrow v = \left(\frac{۳\times۴}{۲}\right) \times ۸ \Longrightarrow v = ۶ \times ۸ = ۴۸\ cm^۳$$

مثال : قاعده هر یک از منشورهای زیر از دید بالا چه شکلی است.

استوانه : دایره   مکعب : مربع   ۵ پهلو : ۵ ضلعی   سه پهلو : مثلث

مساحت جانبی منشور : از مجموع سطح های جانبی منشور مساحت جانبی حاصل می شود :

رابطه به صورت کلامی : **ارتفاع × محیط قاعده = مساحت جانبی**

رابطه به صورت جبری : $$s = p \times h$$

مثال : مساحت جانبی مکعب مستطیلی را به دست آورید که طول و عرض و ارتفاع آن به ترتیب ۵ و ۳ و ۴ سانتی متر باشد.

محیط مستطیل

$$s_{\text{جانبی}} = p \times h \Longrightarrow s = [(۵ + ۳) \times ۲] \times ۴ \Longrightarrow s = ۶۴\ cm^۲$$

مساحت کل منشور : از مجموع مساحت جانبی و مساحت دو قاعده مساحت کل منشور حاصل می شود :

رابطه به صورت کلامی : **مساحت دو قاعده + مساحت جانبی = مساحت کل**

رابطه به صورت جبری : $$s_{\text{کل}} = s_{\text{جانبی}} + s_{\text{دو قاعده}}$$

مثال : شعاع قاعده استوانه ۳ سانتی متر و ارتفاع آن ۱۰ سانتی متر است. مساحت کل استوانه چند سانتی متر مربع است.

$s_{\text{کل}} = s_{\text{جانبی}} + s_{\text{دو قاعده}}$

$s_{\text{کل}} = ۱۸۸/۴ + ۵۶/۵۲$

$\boxed{s_{\text{کل}} = ۲۴۴/۹۲cm^۲}$

$s_{\text{قاعده}} = \pi r^۲$

$s_{\text{قاعده}} = ۳ \times ۳ \times ۳/۱۴ = ۲۸/۲۶$

$s_{\text{دو قاعده}} = ۲۸/۲۶ \times ۲ = ۵۶/۵۲cm^۲$

$s_{\text{جانبی}} = p \times h$

$s_{\text{جانبی}} = (۶ \times ۳/۱۴) \times ۱۰ = ۱۸۸/۴$

$s_{\text{جانبی}} = ۱۸۸/۴\ cm^۲$

توان و جذر

توان : اگر عددی چند بار در خودش ضرب شده باشد. برای مختصر نویسی از توان استفاده می شود.

مانند : $\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ بار}} = a^n$ (پایه، توان) (a به توان n)

$۳ \times ۳ \times ۳ \times ۳ = ۳^۴$ (پایه، توان) (۳ به توان ۴)

نکته : هر عدد یا عبارتی که توان نداشته باشد توان آن یک است. عددی که توان آن یک باشد برابر با خود آن عدد است.

مانند : $x = x^۱$ $۸^۱ = ۸$

نکته : عدد یک به هر توانی که باشد. حاصل برابر با یک است.

مانند : $۱^{۲۰۰} = ۱$

نکته : هر عبارت یا عددی (غیر از صفر) به توان صفر باشد. حاصل برابر با یک است.

مانند : $a^۰ = ۱$ $۶^۰ = ۱$

نکته : عدد منفی داخل پرانتز باشد علامت منفی به تعداد توان ضرب می شود. اگر عدد منفی داخل پرانتز نباشد منفی به توان مربوط نیست.

مانند : $-۴^۲ = -(۴ \times ۴) = -۱۶$ $(-۴)^۲ = -۴ \times -۴ = ۱۶$

نکته : عدد کسری داخل پرانتز باشد صورت و مخرج به همان تعداد توان ضرب می شود. اگر عدد کسری داخل پرانتز نباشد فقط عددی به توان ضرب می شود که توان بالای آن قرار داشته باشد.

مانند : $\frac{۲}{۳^۲} = \frac{۲}{۳ \times ۳} = \frac{۲}{۹}$ $\frac{۲^۲}{۳} = \frac{۲ \times ۲}{۳} = \frac{۴}{۳}$ $\left(\frac{۲}{۳}\right)^۲ = \frac{۲}{۳} \times \frac{۲}{۳} = \frac{۴}{۹}$

نکته : عدد منفی به توان زوج برسد حاصل عددی مثبت و اگر به توان فرد برسد حاصل عددی منفی می شود.

مانند : $(-۳)^۳ = -۲۷$ (توان فرد) $(-۳)^۴ = ۸۱$ (توان زوج)

مثال : حاصل هر عبارت را به دست آورید.

$$\frac{-۳^۲ + ۱^۸ - ۲^۲}{۶^۲ \div ۲^۲} = \frac{-۹ + ۱ - ۴}{۳۶ \div ۴} = -\frac{۱۲}{۹} = -\frac{۴}{۳}$$

$$۴^۳ - ۲^۵ + ۹^۰ = ۶۴ - ۳۲ + ۱ = ۳۳$$

درسنامه و نکات کلیدی　　(فصل هفتم)　　سال هفتم

توان و جذر

مجذور یا مربع یک عدد : به توان دوم هر عدد مجذور یا مربع آن عدد گفته می شود.

مانند : مربع عدد ۶ برابر است با : $۶^{۲} = ۳۶$

مکعب یک عدد : به توان سوم هر عدد مکعب آن عدد گفته می شود.

مانند : مکعب عدد ۶ برابر است با : $۶^{۳} = ۲۱۶$

مثال : الف) مجموع مربع ۵ و مکعب ۴ را به دست آورید. $۵^{۲} + ۴^{۳} = ۲۵ + ۶۴ = ۸۹$

ب) اختلاف مکعب و مجذور ۰/۳ را به دست آورید. $(۰/۳)^{۳} - (۰/۳)^{۲} = ۰/۰۲۷ - ۰/۰۹ = ۰/۰۶۳$

اولویت های ریاضی : اگر چند علامت ریاضی با هم باشند از اولویت ریاضی استفاده می شود :

۱) ابتدا داخل پرانتز جواب داده می شود و اگر چند پرانتز باشد از داخل ترین پرانتز جواب می دهیم.

۲) توان یا جذر　　۳) ضرب و تقسیم　　۴) جمع و تفریق

نکته : اگر از یک اولویت هر دو با هم باشند یعنی ضرب و تقسیم با هم باشند از علامتی زودتر استفاده می کنیم که به سمت چپ نزدیکتر باشد.

مثال : حاصل هر عبارت را به دست آورید.

$$۵ - ۵ \times ۲^{۳} \div ۴ = ۵ - ۵ \times ۸ \div ۴ = ۵ - ۴۰ \div ۴ = ۵ - ۱۰ = -۵$$

$$۴ + ۳^{۲} - (۵^{۲} - ۲۴)^{۱۰} = ۴ + ۳^{۲} - (۲۵ - ۲۴)^{۱۰} = ۴ + ۳^{۲} - ۱^{۱۰} = ۴ + ۹ - ۱ = ۱۲$$

ضرب اعداد توان دار : الف) اگر پایه ها برابر باشند : یکی از پایه ها را نوشته و توان ها را با هم جمع می کنیم.

مانند : $۴^{۷} \times ۴^{۳} = ۴^{۱۰}$　　$a^m \times a^n = a^{m+n}$

ب) اگر توان ها برابر باشند : یکی از توان ها را نوشته و پایه ها را در هم ضرب می کنیم.

مانند : $۱۲^{۷} \times ۳^{۷} = ۳۶^{۷}$　　$a^m \times b^m = (ab)^m$

مثال : حاصل هر عبارت را به صورت عدد توان دار بنویسید.

$$\underline{۴^{۵}} \times ۱۲^{۷} \times \underline{۳^{۵}} = ۱۲^{۵} \times ۱۲^{۷} = ۱۲^{۱۲}$$

$$(۲/۵)^{۳} \times ۶^{۳} = (۲/۵ \times ۶)^{۳} = ۱۵^{۳}$$

مثال : اگر $۱۰۲۴ = ۲^{۱۰}$ باشد حاصل $۲^{۱۲}$ و $۲^{۱۵}$ را به دست آورید.

$$۲^{۱۵} = ۲^{۱۰} \times ۲^{۵} = ۱۰۲۴ \times ۳۲ = ۳۲۷۶۸ \qquad ۲^{۱۲} = ۲^{۱۰} \times ۲^{۲} = ۱۰۲۴ \times ۴ = ۴۰۹۶$$

مثال : اگر $۵ = ۳^{a}$ باشد حاصل $۳^{a+۲}$ را به دست آورید.

$$۳^{a+۲} = ۳^{a} \times ۳^{۲} = ۵ \times ۹ = ۴۵$$

جذر یا ریشه دوم اعداد : در تساوی $\left[۹ = ۲(-۳) \,,\, ۹ = ۳^{۲}\right]$ عدد ۹ را مجذور اعداد ۳ و ۳- می گویند. و اعداد ۳ و ۳- ریشه های دوم ۹ می گویند.

نکته : هر عدد دارای دو ریشه دوم است که یکی قرینه ی دیگری است.

مانند : ریشه های دوم عدد ۳۶ برابر است با : ۶ و ۶-

نکته : در جذر گیری فقط عدد مثبت آن در نظر گرفته می شود و جذر را با رادیکال $(\sqrt{\quad})$ نشان می دهند.

نکته : اعداد منفی جذر ندارند. چون مجذور هیچ عددی ؛ منفی نمی شود.

نکته : جذر اعداد صفر و یک برابر با خود آن اعداد است.

مثال : جذر اعداد زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{۴۹ \times ۲۵} = ۷ \times ۵ = ۳۵ \qquad \sqrt{\frac{۴}{۹}} = \frac{۲}{۳} \qquad \sqrt{۱۰۰} = ۱۰$$

جذر تقریبی اعداد : برای به دست آوردن جذر تقریبی اعداد مراحل زیر را به ترتیب انجام می دهیم :

۱) ابتدا مشخص می کنیم عدد داده شده بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد.

۲) سپس عدد وسط دو عدد را مشخص کرده و مجذور آن را می نویسیم.

۳) سپس اگر مجذور عدد وسطی از عدد داده شده بیشتر بود ۴ عدد کمتر از عدد وسطی و اگر از عدد داده شده کمتر بود ۴ عدد بزرگتر از عدد وسطی را می نویسیم.

۴) داخل یک جدول مجذورهای ۴ عدد را نوشته سپس مجذور عددی که به عدد داده شده نزدیکتر بود همان جذر تقریبی عدد است.

نکته : برای این که بدانیم عدد داده شده بین کدام دو صحیح متوالی قرار دارد مجذور دو عددی را مشخص می کنیم که به عدد داده شده نزدیک باشد.

درسنامه و نکات کلیدی سال هفتم (فصل هفتم)

توان و جذر

مثال : مشخص عدد $\sqrt{۳۲}$ و $\sqrt{۸۳}$ بین کدام دو عدد قرار دارد و به کدام عدد نزدیکتر است.

(بین ۹ و ۱۰ که به ۹ نزدیکتر است) $\sqrt{\cancel{۸۱}}^{\,۹} < \sqrt{۸۳} < \sqrt{\cancel{۱۰۰}}^{\,۱۰}$

(بین ۵ و ۶ که به ۶ نزدیکتر است) $\sqrt{\cancel{۲۵}}^{\,۵} < \sqrt{۳۲} < \sqrt{\cancel{۳۶}}^{\,۶}$

مثال : جذر تقریبی عدد ۴۷ را به دست آورید.

مرحله ۱

عدد وسط

$۶ \rightarrow ۶/۵ \leftarrow ۷$

$\sqrt{\cancel{۳۶}} < \sqrt{۴۷} < \sqrt{\cancel{۴۹}}$

مرحله ۲

مجذور عدد وسط

$(۶/۵)^۲ = ۴۲/۲۵$

مرحله ۳

$۴۲/۲۵ < ۴۷$

چون مجذور عدد وسط کمتر از عدد شده مجذور

۴ عدد بزرگتر از عدد وسط را می نویسیم

مرحله ۴

عدد	۶/۶	۶/۷	۶/۸	۶/۹
مجذور عدد	۴۳/۵۶	۴۴/۸۹	۴۶/۲۴	۴۷/۶۱

$\sqrt{۴۷} \simeq ۶/۸$

مثال : جذر تقریب عدد ۶۶ را به دست آورید.

مرحله ۱

عدد وسط

$۸ \rightarrow ۸/۵ \leftarrow ۹$

$\sqrt{\cancel{۶۴}} < \sqrt{۶۶} < \sqrt{\cancel{۸۱}}$

مرحله ۲

مجذور عدد وسط

$(۸/۵)^۲ = ۷۲/۲۵$

مرحله ۳

$۷۲/۲۵ > ۶۶$

چون مجذور عدد وسط بیشتر از عدد شده مجذور

۴ عدد کوچکتر از عدد وسط را می نویسیم

مرحله ۴

عدد	۸/۱	۸/۲	۸/۳	۸/۴
مجذور عدد	۶۵/۶۱	۶۷/۲۴	۶۸/۸۹	۷۰/۵۶

$\sqrt{۶۶} \simeq ۸/۱$

نکته : یکی از کاربرد های جذر در مساحت شکل های هندسی مانند مربع و دایره است.

مثال : مساحت مربعی ۶/۲۵ شده است. طول یک ضلع مربع چند است.

مساحت مربع = یک ضلع × خودش $\Longrightarrow \sqrt{۶/۲۵} = ۲/۵ \longrightarrow$ یک ضلع مربع

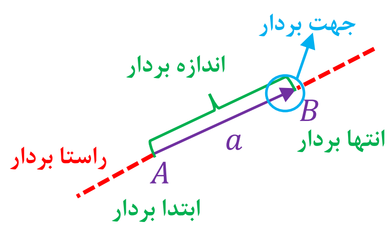
مثال : مساحت دایره ای ۲۸/۲۶ شده است. شعاع دایره چند است.

مساحت دایره = شعاع × شعاع × ۳/۱۴ $\Longrightarrow$ شعاع × شعاع $= \frac{۲۸/۲۶}{۳/۱۴} = ۹ \Longrightarrow \sqrt{۹} = ۳ \longrightarrow$ شعاع دایره

درسنامه و نکات کلیدی سال هفتم

(فصل هشتم)

بردار و مختصات

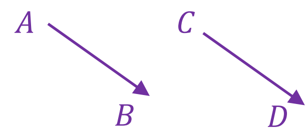


بردار : پاره خط جهت داری است که دارای ابتدا ، انتها ، و راستا باشد.

نکته : بردار را با دو حرف یا با یک حرف نام گذاری می کنند : $\left(\overrightarrow{AB} \quad \text{یا} \quad \vec{a}\right)$

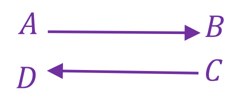
دو بردار مساوی : دو بردار در صورتی مساویند که : هم اندازه ، هم جهت و هم راستا باشند.

مانند : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$



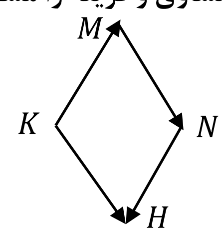
دو بردار قرینه : دو بردار در صورتی قرینه اند که : هم اندازه ، هم راستا ولی خلاف جهت یکدیگر باشند.

مانند :



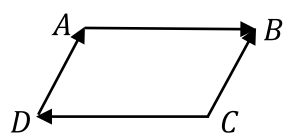
نکته : حاصل جمع هر بردار با قرینه خودش برابر با صفر است : $\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = ۰\right)$

مثال : در هر شکل بردارهای مساوی و قرینه را مشخص کنید.



بردارهای مساوی : $\left(\overrightarrow{KH}\,,\overrightarrow{MN}\right)$

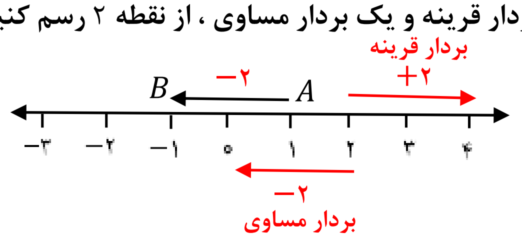
بردارهای قرینه : $\left(\overrightarrow{KM}\,,\overrightarrow{NH}\right)$



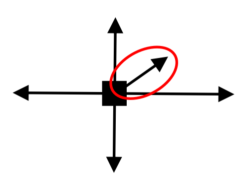
بردارهای مساوی : $\left(\overrightarrow{DA}\,,\overrightarrow{CB}\right)$

بردارهای قرینه : $\left(\overrightarrow{AB}\,,\overrightarrow{CD}\right)$

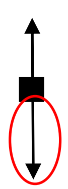
مثال : با توجه به بردار رسم شده زیر یک بردار قرینه و یک بردار مساوی ، از نقطه ۲ رسم کنید.



مثال : با توجه به نیروهای وارده شده به هر شکل ، جسم به کدام سمت حرکت می کند؟چرا؟



چون نیرو های دیگر همدیگر را خنثی می کنند



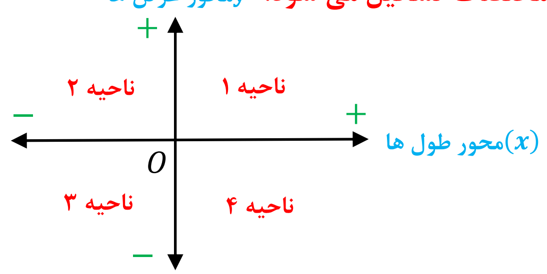
چون نیرو وارده شده بیشتر است

دستگاه مختصات : از عمود شدن دو محور اعداد ، دستگاه مختصات تشکیل می شود.

(محور افقی ، محور طول ها (x) نام دارد)

(محور عمودی ، محور عرض ها (y) نام دارد)

(نقطه برخورد دو محور ، مبدا مختصات (o) نام دارد)



درسنامه و نکات کلیدی سال هفتم

(فصل هشتم)

بردار و مختصات

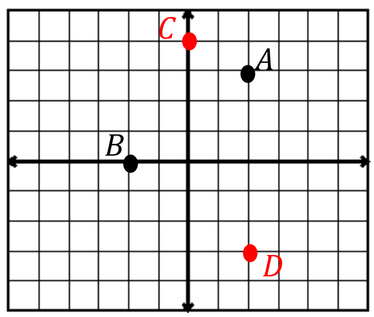
نکته : برای دست آوردن مختصات نقاط از مبدا مختصات اول طول (افقی) و بعد عرض (عمودی) را می شماریم.

نکته : مختصات نقطه و بردار را به صورت $\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}$ نشان می دهند. که عدد بالا طول و عدد پایین عرض مختصات نام دارد.

نکته : نقاطی که روی محور طول ها قرار داشته باشند عرض آن ها صفر و نقاطی که روی محور عرض ها قرار داشته باشند طول

آن ها صفر است.

مثال : با توجه به دستگاه مختصات مقابل :



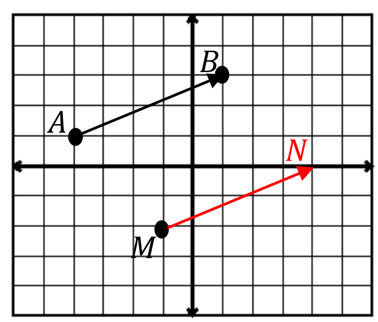
الف) مختصات نقاط $\boldsymbol{A}$ و $\boldsymbol{B}$ را بنویسید. $\quad B = \begin{bmatrix}-۲\\ ۰\end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix}۲\\ ۳\end{bmatrix}$

ب) نقاط $C = \begin{bmatrix}۰\\ ۴\end{bmatrix}$ و $D = \begin{bmatrix}۲\\ -۳\end{bmatrix}$ را در دستگاه مختصات نشان دهید.

نکته : برای به دست آوردن مختصات یک بردار از ابتدا بردار اول طول بعد عرض را می شماریم.

نکته : برای نوشتن جمع برای یک بردار از رابطه ی $\left(\text{انتها بردار} = \text{اندازه بردار} + \text{ابتدا بردار}\right)$ استفاده می کنیم.

مثال : با توجه به دستگاه مختصات زیر :



الف) مختصات نقاط $\boldsymbol{A}$ و $\boldsymbol{B}$ را بنویسید. $\quad B = \begin{bmatrix}۱\\ ۳\end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix}-۴\\ ۱\end{bmatrix}$

ب) مختصات بردار $\overrightarrow{AB}$ را بنویسید. $\quad \overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix}۵\\ ۲\end{bmatrix}$

ج) جمع متناظر بردار $\overrightarrow{AB}$ را بنویسید. $\quad A + \overrightarrow{AB} = B \Rightarrow \begin{bmatrix}-۴\\ ۱\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}۵\\ ۲\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}۱\\ ۳\end{bmatrix}$

د) نقطه $\boldsymbol{M}$ را با بردار انتقال $\overrightarrow{AB}$ به نقطه $\boldsymbol{N}$ منتقل کرده و مختصات نقطه $\boldsymbol{N}$ را بنویسید. $\quad N = \begin{bmatrix}۴\\ ۰\end{bmatrix}$

مثال : الف) اگر مختصات $A = \begin{bmatrix}-۲\\ ۳\end{bmatrix}$ و $\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix}۴\\ -۵\end{bmatrix}$ باشد مختصات نقطه $\boldsymbol{B}$ چند است.

$$A + \overrightarrow{AB} = B \Rightarrow \begin{bmatrix}-۲\\ ۳\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}۴\\ -۵\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}۲\\ -۲\end{bmatrix}$$

ب) اگر مختصات $C = \begin{bmatrix}-۳\\ -۷\end{bmatrix}$ و $D = \begin{bmatrix}-۲\\ ۶\end{bmatrix}$ باشد. مختصات بردار $\overrightarrow{CD}$ چند است.

$$C + \overrightarrow{CD} = D \Rightarrow \begin{bmatrix}-۳\\ -۷\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}۱\\ ۱۳\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-۲\\ ۶\end{bmatrix}$$

بردار و مختصات

نکته : قرینه هر بردار نسبت به محور طول ها ، عرض قرینه می شود.

مانند : $\vec{a} = \begin{bmatrix} -۴ \\ ۲ \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور طول ها}} \acute{\vec{a}} = \begin{bmatrix} -۴ \\ -۲ \end{bmatrix}$

نکته : قرینه هر بردار نسبت به محور عرض ها ، طول قرینه می شود.

مانند : $\vec{a} = \begin{bmatrix} ۳ \\ ۵ \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور عرض ها}} \acute{\vec{a}} = \begin{bmatrix} -۳ \\ ۵ \end{bmatrix}$

نکته : قرینه هر بردار نسبت به مبدا مختصات ، طول و عرض قرینه می شوند.

مانند : $\vec{a} = \begin{bmatrix} -۳ \\ -۴ \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به مبدا مختصات}} \acute{\vec{a}} = \begin{bmatrix} ۳ \\ ۴ \end{bmatrix}$

جمع و تفریق مختصات : طول با طول و عرض با عرض جمع و تفریق می شوند.

مثال : حاصل جمع و تفریق های زیر را به دست آورید.

$$\begin{bmatrix} ۳ \\ ۲ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -۱ \\ ۷ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -۶ \\ ۱۰ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۳ - ۱ + ۶ \\ ۲ + ۷ - ۱۰ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۸ \\ -۱ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -۵ \\ ۷ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۲ \\ -۶ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۵ + ۲ \\ ۷ - ۶ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۳ \\ ۱ \end{bmatrix}$$

مثال : مقدار x و y را در مختصات های زیر به دست آورید.

$$\begin{bmatrix} -۸ \\ ۳ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۲ \\ -۶ \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -۸ + x = -۲ \Rightarrow x = ۶ \\ ۳ + y = -۶ \Rightarrow y = -۹ \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} ۲x \\ -۴ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۳ \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۵ \\ -۶ \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} ۲x - ۳ = ۵ \Rightarrow ۲x = ۸ \Rightarrow x = ۴ \\ -۴ - y = -۶ \Rightarrow -y = -۲ \Rightarrow y = ۲ \end{cases}$$

علم آمار : جمع آوری اطلاعات عددی و بررسی ، تجزیه ، تحلیل اطلاعات را علم آمار می گویند.

داده آماری : اطلاعات عددی را داده آماری می گویند.

انواع نمودار :

۱) نمودار ستونی : برای مقایسه تعداد و مشخص کردن کمترین و بیشترین داده آماری استفاده می شود.

۲) نمودار خط شکسته : برای نشان دادن تغییرات در یک مدت مشخص کاربرد دارد.

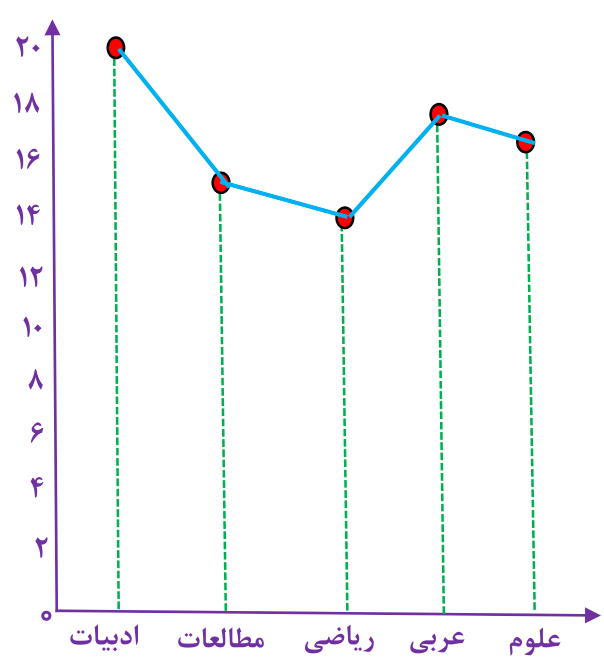
۳) نمودار تصویری : برای مقایسه داده های تقریبی کاربرد دارد.

۴) نمودار دایره ای : برای نشان دادن نسبت داده ها به کل و سهم هر بخش کاربرد دارد.

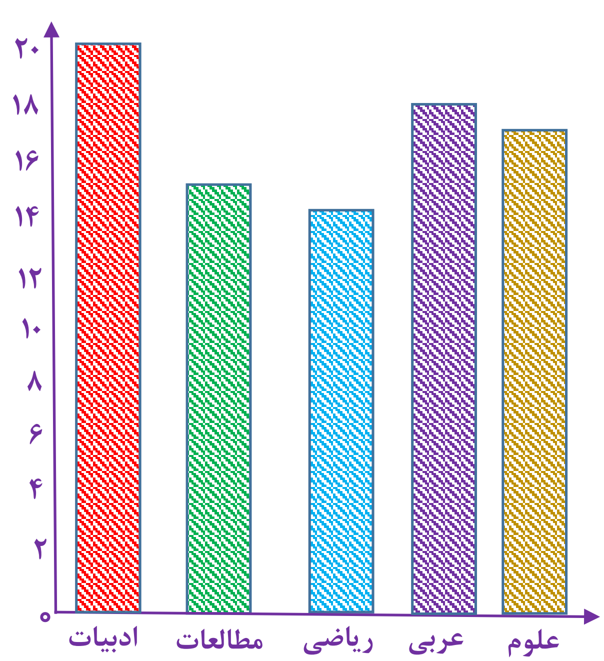
مثال : نمودار میله ای و خط شکسته جدول زیر را رسم کنید.

نام درس	ادبیات	مطالعات	ریاضی	عربی	علوم
نمره درس	۲۰	۱۵	۱۴	۱۸	۱۷

(نمودار خط شکسته)

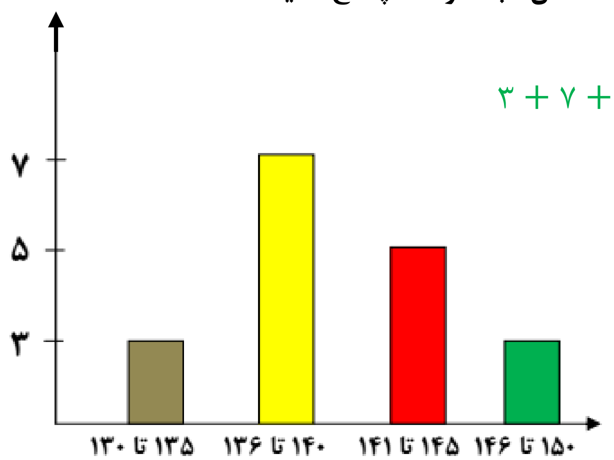


(نمودار میله ای یا ستونی)



درسنامه و نکات کلیدی

مثال : با توجه به نمودار میله ای (نمودار قد دانش آموزان یک کلاس) به سوالات پاسخ دهید :



الف) کل کلاس چند نفر است؟ ۱۸ نفر   ۳ + ۷ + ۵ + ۳ = ۱۸

ب) قد چند نفر از ۱۴۰ سانتی متر بیشتر است؟ ۸ نفر

ج) قد چند نفر از ۱۴۶ سانتی متر کمتر است؟ ۱۵ نفر

د) قد چند نفر بین ۱۳۰ تا ۱۴۰ سانتی متر است؟ ۱۰ نفر

نکته : برای داده ها می توان از چوب خط استفاده کرد که اگر تعداد داده ها زیاد بود در دسته های ۵ تایی قرار می گیرند.

مثال : جدول زیر را کامل کنید : (تعداد نمرات بالا یک کلاس در درس ها)

نام	احسان	علی	محمد	حامد	حسین
چوب خط	///	~~////~~ //	~~////~~ ////	~~////~~ ~~////~~	////
تعداد	۳	۷	۹	۱۰	۴

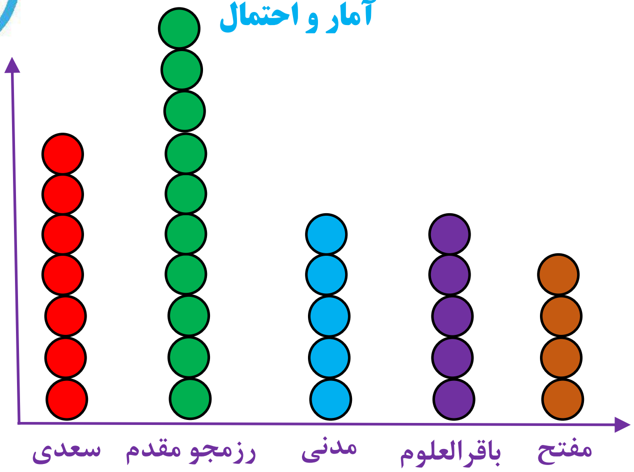
مثال : جمعیت چند دبیرستان شهر زاهدان به صورت زیر است :

الف) جدول زیر را کامل کنید :

نام دبیرستان	سعدی	شهید رزمجو مقدم	شهید مدنی	باقر العلوم	مفتح
تعداد دانش آموز	۷۲۷	۱۱۴۰	۵۲۳	۴۸۰	۳۵۷
گرد شده با تقریب کمتر از ۱۰۰	۷۰۰	۱۰۰۰	۵۰۰	۵۰۰	۴۰۰

ب) با انتخاب هر ۱۰۰ نفر با نماد ⬤ نمودار تصویری جدول را رسم کنید :

آمار و احتمال



مثال : جدول زیر تعداد کتاب امانت گرفته شده دانش آموزان دبیرستان شهید مؤذن پور است.

الف) جدول داده شده را کامل کنید :

نوع کتاب	مذهبی	داستانی	علمی	کمک درسی	سایر موارد
تعداد	۳۹۰	۲۱۰	۸۱۰	۴۰۰	۱۹۰
درصد تقریبی	٪۲۰	٪۱۰	۴۰٪	۲۰٪	۱۰٪
کسر تقریبی با مخرج ۱۰	$\frac{۲}{۱۰}$	$\frac{۱}{۱۰}$	$\frac{۴}{۱۰}$	$\frac{۲}{۱۰}$	$\frac{۱}{۱۰}$

کل کتاب ها ۲۰۰۰ ≃ ۱۹۰۰

مذهبی $۲۰٪ = \frac{۲۰}{۱۰۰} = \frac{۴۰۰}{۲۰۰۰}$

مذهبی $\frac{۲}{۱۰} = \frac{۲۰}{۱۰۰}$

ب) نمودار دایره ای جدول را رسم کنید : یک دایره را به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم کرده و با توجه به صورت کسر هر قسمت را رنگ می زنیم.

احتمال : برای اندازه گیری شانس رخ دادن یک اتفاق ، از یک عدد استفاده می کنیم که احتمال رخ دادن آن اتفاق نام دارد.

نکته : احتمال رخ دادن یک اتفاق از رابطه ی به دست می آید :

$$\text{احتمال} = \frac{\text{تعداد حالت های مطلوب}}{\text{تعداد کل حالت ها}}$$

درسنامه و نکات کلیدی سال هفتم

(فصل نهم)

آمار و احتمال

نکته : احتمالی که رخ دادن آن غیر ممکن باشد با عدد صفر نشان می دهند.

مانند : احتمال آمدن عدد ۷ در پرتاب یک تاس.

نکته : احتمال ممکن را با عدد کسری بین صفر تا یک نشان می دهند.

مانند : احتمال آمدن " رو " در پرتاب یک سکه.

نکته : احتمال حتمی را با عدد یک نشان می دهند.

مانند : احتمال آمدن فصل بهار بعد از فصل زمستان.

مثال : در هر یک از موارد زیر تعداد کل حالت و همه حالت های ممکن را بنویسید.

الف) ماه های زمستان تعداد کل حالت : ۳ حالت همه ی حالت های ممکن : (دی ، بهمن ، اسفند)

ب) زدن پنالتی در فوتبال تعداد کل حالت : ۲ حالت همه ی حالت های ممکن : (گل شدن ، گل نشدن)

ج) عدد های زوج طبیعی کمتر از ۱۰ تعداد کل حالت : ۴حالت همه ی حالت های ممکن : {۲ , ۴ , ۶ , ۸}

مثال : در پرتاب یک تاس احتمال های زیر را به دست آورید. اعداد تاس = {۱ , ۲ , ۳ , ۴ , ۵ , ۶} ⟹ کل حالت ها = ۶

الف) احتمال آمدن مضرب ۳ : مضرب ۳ = {۳ , ۶} ⟹ حالت مطلوب = ۲ ⟹ احتمال = $\frac{۲}{۶} = \frac{۱}{۳}$

ب) احتمال آمدن اعداد کوچکتر از ۴ : اعداد کوچکتر از ۴ = {۱ , ۲ , ۳} ⟹ حالت مطلوب = ۳ ⟹ احتمال = $\frac{۳}{۶} = \frac{۱}{۲}$

ج) احتمال آمدن اعداد اول : اعداد اول = {۲ , ۳ , ۵} ⟹ حالت مطلوب = ۳ ⟹ احتمال = $\frac{۳}{۶} = \frac{۱}{۲}$

مثال : در یک کیسه ۴ مهره قرمز ، ۲ مهره زرد و ۳ مهره سفید است. یک مهره را تصادفاً بیرون می آوریم :

کل حالت ها = ۴ + ۲ + ۳ = ۹

الف) احتمال بیرون آمدن مهره قرمز : حالت مطلوب = ۴ ⟹ احتمال = $\frac{۴}{۹}$

ب) احتمال بیرون نیامدن مهره سفید : حالت مطلوب = ۴ + ۲ = ۶ ⟹ احتمال = $\frac{۶}{۹} = \frac{۲}{۳}$

ج) اگر این بیرون آوردن یک مهره را ۳۰۰ بار تکرار کنیم انتظار دارید چند بار مهره سفید بیرون بیاید :

احتمال مهره سفید = $\frac{۳}{۹} = \frac{۱}{۳}$ ۳۰۰ × $\frac{۱}{۳}$ = ۱۰۰ بار